

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,  
физический факультет, кафедра общей физики и волновых процессов

Курсовая работа  
студента 525 группы Янышева Д.Н.

## **Компьютерное моделирование динамики частиц в атомных и ионных ловушках**

Научный руководитель  
к. ф.-м. н., доцент  
Задков В.Н.

2000 г.

# Содержание

<b>1 Введение</b>	<b>3</b>
<b>2 Моделирование динамики ионов в ловушке Пеннинга</b>	<b>3</b>
2.1 Основные уравнения и компьютерный анализ динамики ионов в ловушке	4
<b>3 Динамика атомов в ловушках</b>	<b>8</b>
3.1 Ловушки для нейтральных атомов . . . . .	8
3.2 Теоретический анализ оптической дипольной ловушки . . . . .	9
3.3 Конфигурация оптической дипольной ловушки . . . . .	11
3.4 Модель взаимодействия атомов в ловушке . . . . .	12
3.5 Моделирование динамики атомов . . . . .	14
<b>4 Заключение</b>	<b>16</b>
<b>Литература</b>	<b>16</b>

# 1 Введение

Зачем локализовать и охлаждать атомные частицы? Работы по изучению взаимодействия электромагнитного излучения с веществом и в частности, спектроскопические исследования, имеют солидную историю. Результаты этих исследований позволяют установить фундаментальные общие закономерности, однако, сделать это удастся только в достаточно простых системах вещество—поле. Спектроскопия газов или паров сопровождается неизбежным влиянием столкновений на получаемую спектральную информацию, поэтому задолго до появления современных методов охлаждения и локализации частиц широкое распространение получила спектроскопия с использованием атомных пучков или сверхзвуковых струй (для молекул), позволяющая частично снять проблему доплеровского уширения спектров и влияния столкновений. Однако, для исследования квантовых свойств и взаимодействий атомных систем с полем этого недостаточно и необходима как сверхнизкая температура частиц так и возможность их длительного (на период проведения эксперимента) удержания в ограниченном пространстве (локализация).

Сформулируем основные преимущества экспериментов с возможностью локализации частиц:

- Частота столкновений может быть сделана пренебрежимо малой при захвате единичных частиц в условиях сверхвысокого вакуума. Появляется возможность проводить эксперименты с одиночными частицами.
- Отсутствуют уширение и сдвиг линий за счет эффекта Доплера, если частицы заключены в объеме, размеры которого вдоль направления наблюдения много меньше, чем длина волны излучения.
- Большое время взаимодействия частиц с полем при локализации позволяет улучшить отношение сигнал/шум при измерениях.
- Представляется возможным контролировать положение и скорость частиц. Ограничения обусловлены только квантовыми флуктуациями.

Настоящая работа посвящена изучению динамики как заряженных (ионов), так и нейтральных (атомов) частиц, захваченных в ловушки, и соответственно разбита на две части.

## 2 Моделирование динамики ионов в ловушке Пеннинга

Хотя для локализации заряженных частиц могут применяться электростатические или магнитостатические поля специальной конфигурации [1], наибольшее распространение для локализации ионов в настоящее время получили электромагнитные ловушки и электродинамические (радиочастотные) ловушки. К числу первого типа относится так называемые ловушки Пеннинга [1, 2], а ко второму — ловушки Паули [2].

В данной работе мы рассматриваем динамику ионов в ловушке Пеннинга (см. Рис. 1). В ней используется квадрупольное электростатическое поле, имеющее вращательную симметрию, которое формируется с помощью параболических электродов, и постоянное магнитное поле, направленное вдоль оси симметрии. Подобная комбинация полей широко применяется в манометрах с холодным катодом.

К достоинствам ловушки можно отнести то, что в ней на ионы действуют стационарные поля, не происходит передачи энергии частицам и поэтому частицы могут быть захвачены в течении длительного времени. Также, в независимости от положения ионов в ловушке, частоты вращения ионов в момент “включения” зависят только от параметров самой ловушки и свойств ионов (заряд, масса). К минусам, главным образом, можно отнести сложную траекторию движения ионов в ловушке. Для одного иона уравнение движения можно вывести аналитически, для двух очень сложно, а для трех и более — невозможно.

## 2.1 Основные уравнения и компьютерный анализ динамики ионов в ловушке

Квадрупольное распределение электростатического потенциала создается за счет напряжения  $U_0$  на электродах и имеет вид

$$\Phi = \frac{U_0}{r_0^2 + 2z_0^2}(x^2 + y^2 - 2z^2), \quad (1)$$

где  $r_0$  и  $z_0$  — радиус электродов и расстояние между ними, соответственно. В аксиальном направлении, вдоль оси  $Z$ , потенциал имеет вид параболической ямы и частица совершает гармонические колебания:

$$\ddot{z} + \omega_{ax}^2 z = 0. \quad (2)$$

Удержание частиц в радиальном направлении, в плоскости  $OXY$ , обеспечивается магнитным полем в котором ионы движутся по замкнутым орбитам. Если центр орбиты лежит на оси  $Z$  условие равенства между центробежной силой Лоренца и противодействующей ей комбинацией центробежной и кулоновской сил дается выражением

$$qB_0v = \frac{mv^2}{r} + \frac{m\omega_{ax}^2 r}{2}. \quad (3)$$

С учетом этого систему уравнений, описывающую динамику ионов в ловушке, можно

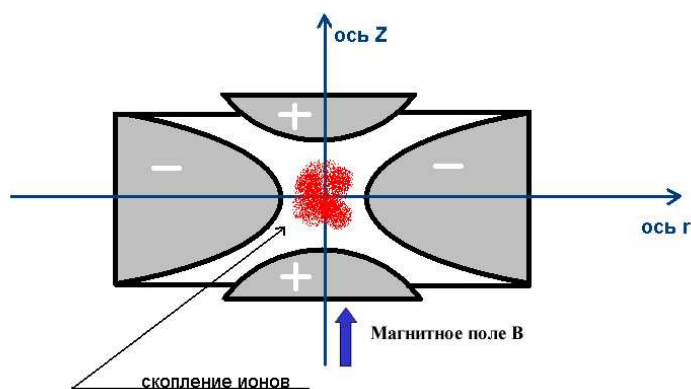


Рис. 1: Конфигурация ловушки Пеннинга.

записать следующим образом

$$\begin{cases} m\ddot{x} = qB_0V_y - \frac{2xqU_0}{r_0^2 + 2z_0^2}, \\ m\ddot{y} = -qB_0V_x - \frac{2yqU_0}{r_0^2 + 2z_0^2}, \\ m\ddot{z} = \frac{4zqU_0}{r_0^2 + 2z_0^2}. \end{cases} \quad (4)$$

Её решение можно представить в виде

$$\begin{cases} r = x + iy, \\ r = R_m e^{i\omega_m t} + r_c e^{i\omega_{c'} t}, \\ z = z_{ax} e^{i\omega_{ax} t}, \end{cases} \quad (5)$$

где  $\omega_{ax} = \left( \frac{-4qU_0}{m(r_0^2 + 2z_0^2)} \right)^{1/2}$  — аксиальная частота,  $\omega_m = \frac{-2U_0}{r_0^2 + 2z_0^2}$  — магнетронная частота,  $\omega_{c'} = \frac{qB_0}{m} - \frac{-2U_0}{r_0^2 + 2z_0^2}$  — “модифицированная” циклотронная частота,  $R_m$  и  $r_c$  — соответственно магнетронный и циклотронный радиусы.

Как при аксиальном, так и при циклотронном движении частицы увеличение амплитуды сопровождается потерей кинетической и увеличением потенциальной энергии, т.е. её движение устойчиво. Напротив, магнетронное движение (движение с частотой  $\omega_m$ ) является неустойчивым, что приводит к “оттоку” частиц из области ловушки. Ионы покидают ловушку также за счет столкновений с буферным газом, но так как динамика частиц рассматривается при низком давлении  $\approx 10^{-10}$  мбар и на сравнительно небольшом промежутке времени мы можем пренебречь этим эффектом при моделировании. Пример траектории одного иона, захваченного в ловушку Пеннинга, показан на Рис. 2.

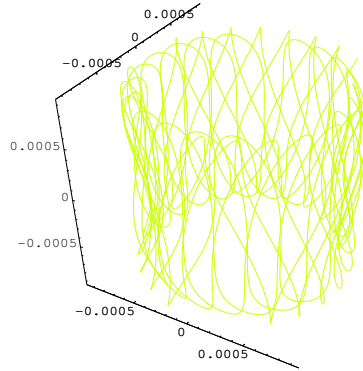


Рис. 2: Траектория движения одного иона. (Видно, что по вертикальной оси ион совершает характерные аксиальные колебания.)

При больших значениях приложенного напряжения влияние кулоновских сил компенсировать не удастся и орбитальное движение ионов становится неустойчивым. Таким образом, исходя из устойчивости решения, частоты должны удовлетворять следующему соотношению:

$$\omega_m \ll \omega_{az} \ll \omega_{c'}. \quad (6)$$

При анализе движения нескольких ионов в ловушках необходимо учитывать кулоновские силы возникающие между ними, что делает задачу аналитически нерешаемой и, следовательно, необходим компьютерный анализ. При компьютерном анализе движения ионов в ловушке мы должны моделировать динамику в промежутке времени таком, что  $t > T_m$ , где  $T_m$  — период магнетронных колебаний. Пример динамики трех ионов в ловушке Пеннинга показан на Рис. 3.

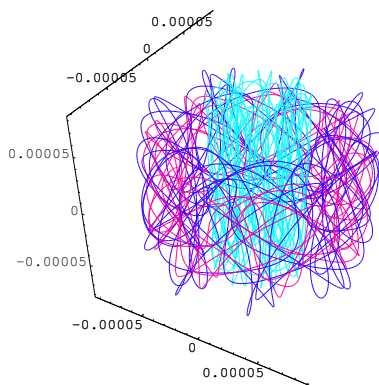


Рис. 3: Характерная траектория движения трех ионов в ловушке.

Проблема описания движения ионов заключается в том, что ионы под влиянием кулоновских сил начинают разлетаться, но за счет магнитного поля не могут покинуть ловушку, т.е. за счет кулоновского взаимодействия ионы начинают приобретать дополнительную кинетическую энергию (приобретают импульс, направленный от центра масс). С увеличением скорости частиц увеличивается сила Лоренца, которая изменяет направление движения частицы, причем так, что в некоторый момент изменяет направление ее скорости (импульса) в обратную сторону к центру масс. Это приводит к появлению сдвига частот вращения как каждого из ионов, так и их центра масс. Этот эффект был недавно обнаружен также экспериментально [5]. Например движения центра масс для трех ионов по одной из координат показан на Рис. 4.

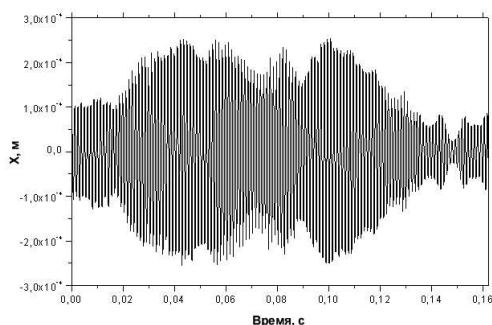


Рис. 4: Колебания центра масс для трех ионов от времени по радиальной координате в ловушке Пеннинга (для ионов  $76Ge$  с зарядом  $+27|e|$ ).

При моделировании динамики ионов в ловушке Пеннинга мы использовали параметры экспериментальной установки [5]: напряжение на электродах  $U_0 = -5$  В, напря-

женность магнитного поля  $B_0 = 4,716$  Т, ионы  $^{76}\text{Ge}$  с зарядом  $+27|e|$ . При этом были получены следующие результаты:

- Для одного иона циклотронная частота вращения  $\omega_c = 25.535.728$  Гц, магнетронная частота  $\omega_m = 802$  Гц, причем от места расположения иона в начальный момент времени они не зависят (считая, что частица будет находиться внутри ловушки, а не за ее пределами).
- Для трех ионов была получена иная картина движения. За счет кулоновских сил, между ионами, появляется (см. Рис. 5) малый сдвиг частот ( $< 6$  Гц), что затрудняет его определение в эксперименте [5]. Однако, его наличие нельзя отбрасывать при измерениях физических свойств ионов с повышенной точностью. Например при измерении [6] массы частицы  $m$  путем сравнения частот вращения исследуемой частицы  $f$  и частицы — эталона  $m_0, f_0$ :

$$m = m_0 \frac{f_0}{f} \quad (7)$$

относительная погрешность измерения составляет порядка  $10^{-10}$ .

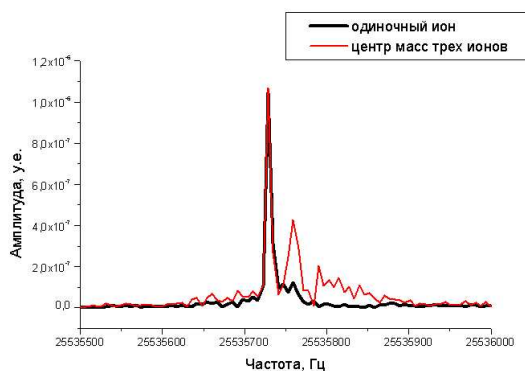


Рис. 5: Часть спектра в окрестности частоты “модифицированных” колебаний: для одного иона и для центра масс трех ионов. На спектре явно виден сдвиг частоты.

При моделировании движения трех частиц было обнаружено также, что наряду с магнетронными колебаниями видны биения (см. рис. 6) с частотой  $\approx 100$  Гц. Этот результат можно объяснить следующим образом. Частицы, вращаясь по своим орбитам имеют некоторую кинетическую и потенциальную энергию. Соответственно, при учете кулоновского взаимодействия у них появляется некоторая добавка к потенциальной энергии. Так как у нас ловушка Пеннинга является консервативной системой, то соответствующее увеличение потенциальной энергии переходит в кинетическую, что, в свою очередь, заставляет частицу перейти на другую орбиту, с большим радиусом. При переходе иона на другую орбиту кулоновское взаимодействие уменьшается и частица переходит обратно, на более низкий уровень. Таким образом у нас получаются колебания вокруг центральной орбиты магнетронного вращения. Причем частота этих колебаний на порядок ниже частоты магнетронных колебаний. Как уже говорилось выше, учет этих колебаний также необходим при измерениях с высокой точностью.

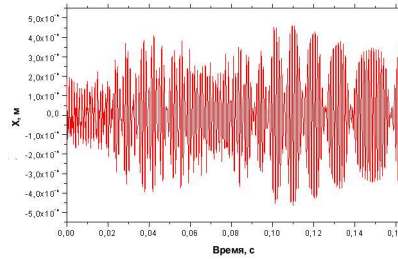


Рис. 6: Колебания одного из трех ионов от времени по радиальной координате в ловушке Пеннинга. (Как ранее было уже отмечено после релаксации возникают биения магнетронных колебаний.)

## 3 Динамика атомов в ловушках

### 3.1 Ловушки для нейтральных атомов

Ловушки для нейтральных атомов могут быть реализованы с использованием трех различных типов взаимодействия, каждое из которых имеет свои особенности :

- Ловушки, основанные на радиационном давлении света вблизи резонансной полосы атома, имеют типичную глубину потенциала в несколько градусов Кельвинов и, следовательно, очень сильную диссипацию за счет которой происходит захват и аккумуляция атомов из буферного газа. В этих ловушках атомный ансамбль может быть охлажден до температуры в несколько десятков мК. Применение таких ловушек ограничено из-за сильного оптического возбуждения захваченных частиц в ловушке.
- Магнитные ловушки основаны на зависимости силы действующей на магнитный дипольный момент атома, вызванной неоднородным полем. Они представляют из себя идеальные консервативные ловушки с типичной потенциальной глубиной порядка 100 мК и являются превосходным инструментом для охлаждения.
- Оптические дипольные ловушки построены на электрическом дипольном взаимодействии со сфокусированным нерезонансным лазерным пучком, который гораздо слабее всех описанных выше механизмов захвата. Типичная потенциальная глубина ловушки составляет порядка одного мК и ниже. Оптическое возбуждение может быть экстремально слабым и следовательно, в таких ловушках нет ограничения вызванного механизмом светового возбуждения основанного на радиационном давлении. Также механизм захвата не зависит от электронных подуровней основного состояния.

В работе мы остановимся на анализе дипольных ловушек, как наиболее перспективных в задачах, связанных с квантовыми вычислениями, квантовой информацией и т.п.



## 3.2 Теоретический анализ оптической дипольной ловушки

Основной принцип построения дипольных ловушек — использование далеко отстроенного (far-detuned) от атомного резонанса лазерного излучения. Дело в том, что при этом оптическое возбуждение атома очень мало и сила отдачи рассеивающихся фотонов пренебрежимо мала по сравнению с дипольной силой.

Оптическая дипольная сила возникает из-за взаимодействия, вызванного атомным дипольным моментом с градиентом интенсивности лазерного поля. Когда атом помещают в лазерный пучок, электрическое поле  $\mathbf{E}$  создает атомный дипольный момент  $\mathbf{p}$ , который осциллирует с частотой  $\omega$ . В комплексной форме можно записать

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \hat{e}\tilde{E}(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t) + c.c.,$$

$$\mathbf{p}(\mathbf{r}, t) = \hat{e}\tilde{p}(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t) + c.c.,$$

где  $\hat{e}$  — единичный вектор поляризации, амплитуда  $\tilde{p}$  дипольного момента атома связана с амплитудой поля  $\tilde{E}$  как

$$\tilde{p} = \alpha\tilde{E}, \quad (8)$$

где  $\alpha$  — комплексная поляризация, которая зависит от частоты возбуждающего поля.

Потенциал взаимодействия дипольного момента  $\mathbf{p}$  с полем  $\mathbf{E}$  есть

$$U_{\text{dip}} = -\frac{1}{2}\langle \mathbf{p}\mathbf{E} \rangle = -\frac{1}{2\epsilon_0 c} \text{Re}(\alpha)I, \quad (9)$$

где угловые скобки означают усреднение по времени, интенсивность поля есть  $I = 2\epsilon_0 c |\tilde{E}|^2$ . Потенциальная энергия атома в поле пропорциональна интенсивности  $I$  и действительной части комплексной поляризации. Дипольная сила есть градиент потенциала взаимодействия

$$\mathbf{F}_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = -\nabla U_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{2\epsilon_0 c} \text{Re}(\alpha) \nabla I(\mathbf{r}). \quad (10)$$

Таким образом, сила пропорциональна градиенту интенсивности возбуждающего поля.

Мощность, получаемая осциллятором от возбуждающего поля (и переизлучаемая им как дипольное излучение), выражается как

$$P_{\text{abs}} = \langle \dot{\mathbf{p}}\mathbf{E} \rangle = 2\omega \text{Im}(\tilde{p}\tilde{E}^*) = \frac{\omega}{\epsilon_0 c} \text{Im}(\alpha)I. \quad (11)$$

Таким образом, атом получает фотон с энергией  $\hbar\omega$ , а затем спонтанно его излучает. Для определения этого процесса вводят коэффициент рассеяния (scattering rate)

$$\Gamma_{\text{sc}}(\mathbf{r}) = \frac{P_{\text{abs}}}{\hbar\omega} = \frac{1}{\hbar\epsilon_0 c} \text{Im}(\alpha)I(\mathbf{r}). \quad (12)$$

В результате мы определили две важные величины, которые характеризуют дипольную ловушку и её эффективность, т.е.  $U_{\text{dip}}$  и  $\Gamma_{\text{sc}}$ .

При вычислении поляризации  $\alpha$  для начала рассмотрим Лоренцовскую модель атома как классического осциллятора. В простейшем случае электрон вращается вокруг ядра с круговой частотой  $\omega_0$  соответствующей оптической частоте перехода и его движение описывается дифференциальным уравнением  $\ddot{x} + \Gamma_\omega \dot{x} + \omega_0^2 x = -eE(t)/m_e$ . Отсюда мы можем рассчитать поляризуемость

$$\alpha = \frac{e^2}{m_e} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma_\omega}, \quad (13)$$

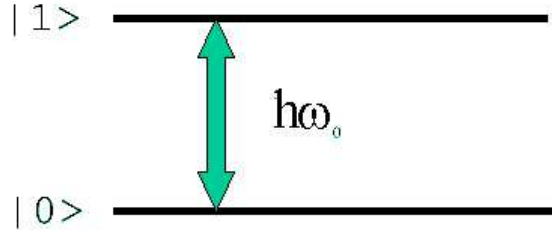


Рис. 7: Резонансный переход в атоме.

где

$$\Gamma_{\omega} = \frac{e^2 \omega^2}{6\pi \epsilon_0 m_e c^3} \quad (14)$$

является классической скоростью затухания вызванной радиационными потерями энергии. Используя соотношение  $e^2/m_e = 6\pi\epsilon_0 c^3 \Gamma_{\omega}/\omega^2$  и вводя резонансную скорость затухания  $\Gamma \equiv \Gamma_{\omega_0} = (\omega_0/\omega)^2 \Gamma_{\omega}$ , мы получим

$$\alpha = 6\pi\epsilon_0^3 \frac{\Gamma/\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i(\omega^3/\omega_0^2)\Gamma}. \quad (15)$$

В полуклассическом приближении атомная поляризация может быть вычислена — считая атом двухуровневой квантовой системой (см. Рис. 7), взаимодействующей с классическим радиационным полем [8]. Это допустимо когда мы пренебрегаем эффектом насыщения. При полуклассическом вычислении мы получаем такой же результат, как и при классическом вычислении с небольшими изменениями — скорость затухания (соответствующая спонтанному переходу с возбужденного уровня) не может быть вычислена по формуле Лармора, но может быть определена через дипольные матричные элементы между основным и возбужденным состояниями:

$$\Gamma = \frac{\omega_0^3}{3\pi\epsilon_0 \hbar c^3} |\langle e|\mu|g\rangle|^2. \quad (16)$$

Для  $D$  линии щелочных металлов Na, K, Rb, Cs и др. классический результат совпадает с истинным с погрешностью в несколько процентов.

Важным различием между квантовомеханическим и классическим осцилляторами является возможность насыщения возбужденного состояния в квантовом случае. Но так как в дипольных ловушках мы преимущественно интересуемся случаем далеко отстроенного возбуждающего поля ( $\Gamma_{sc} \ll \Gamma$ ), случаем насыщения мы можем пренебречь. Таким образом, формула для расчета поляризации полученная в классическом приближении может использоваться для квантовомеханического осциллятора.

Используя полученное выше приближение для случая большой отстройки и пренебрегая насыщением, получим следующие соотношения :

$$U_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = \frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3} \frac{\Gamma}{\Delta} I(\mathbf{r}), \quad (17)$$

$$\Gamma_{\text{sc}}(\mathbf{r}) = \frac{3\pi c^2}{2\hbar\omega_0^3} \left(\frac{\Gamma}{\Delta}\right)^2 I(\mathbf{r}), \quad (18)$$

где  $\Delta = \omega - \omega_0$  и  $|\Delta| \ll \omega_0$ , т.е. отстройка мала по-сравнению с частотой дипольного перехода. Отсюда можно сделать два основополагающих вывода для дипольной ловушки:

- Знак отстройки. В случае, когда частота лазерного излучения ниже частоты атомного резонанса ( “красная” отстройка,  $\Delta < 0$ ) дипольный потенциал отрицателен и, соответственно, атомы втягиваются в лазерное поле. Минимум потенциала находится в максимуме интенсивности. И, соответственно, в случае “синей” отстройки ( $\Delta > 0$ ), т.е. когда частота лазерного излучения выше частоты атомного резонанса, дипольное воздействие выталкивает атомы из светового поля. Минимум потенциала находится в минимуме интенсивности. Таким образом, дипольные ловушки можно разбить на два особых класса : дипольные ловушки с “красной” и с “синей” отстройкой.
- Связь между интенсивностью и отстройкой. Потенциал дипольной ловушки  $U_{\text{dip}}$  пропорционален  $I/\Delta$ , коэффициент рассеяния  $\Gamma_{\text{sc}}$  пропорционален  $I/\Delta^2$ . Таким образом, обычно для дипольных ловушек используют далеко отстроенное, высокоинтенсивное лазерное излучение, чтобы получить коэффициент рассеяния как можно ниже при оптимальной глубине потенциальной ямы.

### 3.3 Конфигурация оптической дипольной ловушки

В данной работе рассматривается динамика атомов в дипольной ловушке [3], сформированной красно—отстроенным сфокусированным лазерным пучком (см. Рис.8). Для простоты рассмотрим Гауссов пучок, создающий дипольную ловушку. Тогда интенсивность сфокусированного пучка мощности  $P$ , распространяющегося вдоль оси  $z$ , описывается как

$$I(r, z) = \frac{2P}{\pi w^2(z)} \exp\left(-2\frac{r^2}{w^2(z)}\right), \quad (19)$$

где  $r$  — радиальная координата. Полуширина пучка  $w(z)$  зависит от аксиальной координаты  $z$  как

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2}, \quad (20)$$

где  $w_0$  — полуширина пучка в перетяжке и  $z_R = \pi w_0^2/\lambda$  — Релеевская длина. Релеевская длина  $z_R$  больше, чем ширина пучка в  $\pi w_0/\lambda$  раз. Таким образом, потенциал в радиальном направлении гораздо круче, чем в аксиальном (вдоль распространения лазерного излучения).

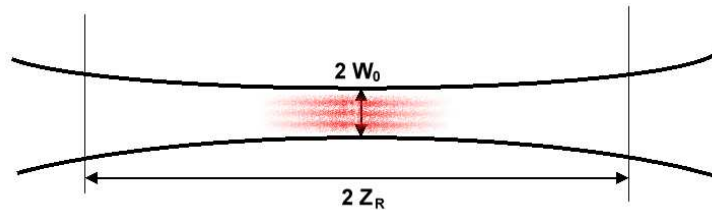


Рис. 8: Конфигурация луча оптической дипольной ловушки.

Если внутренняя энергия  $k_B T$  атомного ансамбля много меньше глубины потенциальной ямы ( $\hat{U} = |U(r = 0, z = 0)| \approx 4,655 \times 10^{-27}$  Дж), создаваемой дипольной ловушкой, и атомы находятся в окрестности перетяжки пучка ( $r < w_0, z < z_R$ ), то в этом

случае мы можем воспользоваться следующим приближением для распределения потенциала (распределение силы, действующей на атом показано на Рис. 9) в дипольной ловушке:

$$U_{FB}(r, z) = -\hat{U} \left[ 1 - 2 \left( \frac{r}{w_0} \right)^2 - \left( \frac{z}{z_R} \right)^2 \right] \quad (21)$$

Частоты осцилляций захваченных атомов (см. Рис.10) будут следующими:  $\omega_r = (4\hat{U}/mw_0^2)^{1/2}$  в радиальном направлении,  $\omega_z = (2\hat{U}/mz_R^2)^{1/2}$  в аксиальном.

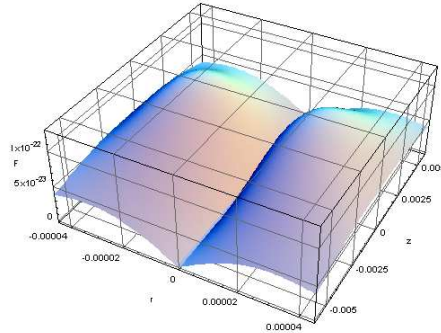


Рис. 9: Зависимость силы  $F$  [Н], действующей на атом, от координат в дипольной ловушке, где  $r$ [м] и  $z$ [м] — радиальная и аксиальная координаты, соответственно

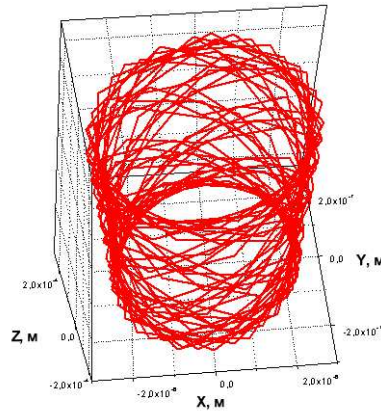


Рис. 10: Пример движения одиночного атома в дипольной ловушке.

### 3.4 Модель взаимодействия атомов в ловушке

Взаимодействие атомов, захваченных в ловушку будем рассматривать как стохастический процесс под действием радиационной силы. Учитывая то, что отстройка лазера от

атомного резонанса много меньше его частоты ( $\Delta \ll \omega_0$ ), расстояние между атомами порядка длины волны ( $R_{12} \simeq \lambda$ ), мы можем рассчитать спектр излучения атома [7], полагая дипольное радиационное излучение атома как белый шум. Спектр флуктуаций силы взаимодействия двух атомов будет равен:

$$N_{12} = \frac{\hbar\omega_0^5 d_a^2}{2\pi c^5} \langle \Delta\sigma_1^- \Delta\sigma_2^+ \rangle I, \quad (22)$$

где  $d_a = \sqrt{\frac{3\hbar c^3 \gamma}{4\omega_0^3}}$  — дипольный момент перехода,  $\hat{\sigma}_\pm$  — оператор атомного перехода,  $I$  — выражается для параллельных диполей (в эксперименте используется лазер с линейной поляризацией) следующим образом:

$$I = \pi \begin{pmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{pmatrix}, \quad (23)$$

где

$$I_1 = \frac{4(9 - \varphi_{12}^2) \cos \varphi_{12}}{\varphi_{12}^4} - \frac{4(9 - 4\varphi_{12}^2) \sin \varphi_{12}}{\varphi_{12}^5}, \quad (24)$$

$$I_2 = \frac{4(3 - \varphi_{12}^2) \cos \varphi_{12}}{\varphi_{12}^4} - \frac{4(3 - 2\varphi_{12}^2) \sin \varphi_{12}}{\varphi_{12}^5}, \quad (25)$$

$$I_3 = \frac{-4(12 - 3\varphi_{12}^2) \cos \varphi_{12}}{\varphi_{12}^4} + \frac{4(9 - 12\varphi_{12}^2 + \varphi_{12}^4) \sin \varphi_{12}}{\varphi_{12}^5}. \quad (26)$$

Здесь  $\varphi_{12} = \omega_0 R_{12}/c$ ,  $R_{12}$  — расстояние между атомами. В случае больших расстояний между атомами,  $R_{12} > \lambda$ , мы можем воспользоваться приближением

$$I_1 = I_2 = 0, I_3 = \frac{4 \sin \varphi_{12}}{\varphi_{12}}, \quad (27)$$

которое описывает флуктуации только вдоль направления между атомами.

Важным членом в формуле для спектра взаимодействия является  $\langle \Delta\sigma_1^- \Delta\sigma_2^+ \rangle$ , который описывает корреляционную функцию отклонений операторов атомного перехода от их среднего значения. Следуя [7] мы можем записать ее как

$$\langle \Delta\sigma_1^- \Delta\sigma_2^+ \rangle = \frac{-4g\tilde{g}_L^4(1 + 4\delta^2)}{(1 + g)^2 + 4(\tilde{g}_L^2 + \delta^2) + 4(1 + g)^2\delta^2 + 4(\tilde{g}_L^2 + 2\delta^2)^2}, \quad (28)$$

где  $\tilde{g}_L = g_L/\Gamma$  — безразмерная частота Раби,  $g_L = \sqrt{\Delta^2 + (\frac{Ed}{\hbar})}$  — частота Раби,  $\delta = \Delta/\Gamma$  — безразмерная отстройка лазерного излучения от резонансной атомной частоты и

$$g = \frac{3}{2} \frac{\varphi \cos \varphi - \sin \varphi + \varphi^2 \sin \varphi}{\varphi^3}. \quad (29)$$

Для расстояний больших длины волны,  $g = \frac{3 \sin \varphi}{\varphi}$ .

### 3.5 Моделирование динамики атомов

Используя приведенные выше формулы и приближения, мы можем определить спектр взаимодействия между атомами в любой момент времени, что позволяет нам эффективно моделировать. Зная спектр и полагая силу диполь-дипольного взаимодействия распределенной равномерно, мы можем рассчитать амплитуду силы через дисперсию:

$$\sigma^2(t) = \overline{\left( \int_0^t x(\tau) d\tau \right)^2} = N_{12} \Delta t, \quad (30)$$

где интеграл представляем в виде суммы, так как при моделировании динамики в дипольной ловушке происходит дискретное разбиение по времени с постоянным шагом  $\Delta t$ :

$$\overline{\left( \int_0^t x(\tau) d\tau \right)^2} = \Sigma \langle \delta F^2 \rangle \Delta t^2 = \langle \delta F^2 \rangle \Delta t^2 \frac{t}{\Delta t} = \langle \delta F^2 \rangle t \Delta t. \quad (31)$$

Приравнивая два последних уравнения и сокращая на  $t$ , мы получим

$$N_{12} = \langle \delta F^2 \rangle \Delta t, \quad (32)$$

что дает нам для равномерно распределенной силы, значение амплитуды силы диполь-дипольного взаимодействия двух атомов, равной

$$F_0 = \sqrt{12 \frac{N_{12}}{\Delta t}} \quad (33)$$

Далее используя генератор случайных чисел, подчиняющийся равномерному распределению от  $-1/2$  до  $1/2$ , мы моделируем квазиклассическое диполь-дипольное взаимодействие захваченных атомов в дипольной ловушке под действием далеко отстроенного от атомного резонансного перехода линейно поляризованного сфокусированного сильного лазерного излучения.

При моделировании мы использовали параметры реальной экспериментальной установки, т.е. рассматривался пучок от Nd:YAG лазера мощностью 5 Вт, сфокусированный в 5 мкм. Соответственно, Релеевская длина равна 5,98 мм, что является необходимым условием для полученного выше приближения, связанного с распределением потенциала в дипольной ловушке. В качестве рабочих используются атомы Cs в связи с тем, что Cs относится к группе щелочно-галлоидных металлов, и имеет запрещенный оптический переход в подходящей спектральной области. Мы рассматриваем атом как двухуровневую систему, т.е. рассматриваем переход с s-уровня на p-уровень, так как частота  $\Delta_{FS}$  соответствующая тонкому расщеплению много меньше частоты  $s \leftrightarrow p$  перехода и поляризация лазерного излучения линейна. Таким образом, эффектом тонкого расщепления мы здесь пренебрегаем и, следовательно, вид потенциала, создаваемый дипольной ловушкой по-сравнению с классическим у нас не изменится.

Учитывая тот факт, что время жизни атома в возбужденном состоянии  $T = 1/\gamma = 3,070 \times 10^{-8}$  с, мы определяем соответствующий этому переходу дипольный момент

$$d = 2,534 \times 10^{-24} \text{ .} \quad (34)$$

Так как  $Ed/\hbar \ll \gamma \ll \Delta$ , то частота Раби  $g_L = \Delta + \frac{(Ed/\hbar)^2}{2\Delta} \approx \Delta \approx -4,4 \times 10^{14}$  Гц за счет сильной отстройки лазерного излучения. Частоты осцилляций атомов по радиальному и

аксиальному направлению будут соответственно  $\omega_r \approx 1023$  Гц и  $\omega_z \approx 5,83$  Гц. Если мы будем учитывать диполь-дипольное взаимодействие в далеко отстроенном возбуждающем поле, то мы ничего не увидим так, как в случае сильной отстройки поля от атомного резонанса корреляционная функция взаимодействия двух атомов  $\langle \Delta\sigma_1^- \Delta\sigma_2^+ \rangle \approx 3,264 \times 10^{-18}$  оказывается очень маленькой величиной и, в следствии этого, амплитуда силы диполь-дипольного взаимодействия намного меньше силы, вызванной потенциалом дипольной ловушки, т.е. их отношение  $\approx 10^{-5}$ . Силу радиационного трения мы также не учитываем, так как она гораздо меньше всех остальных сил.

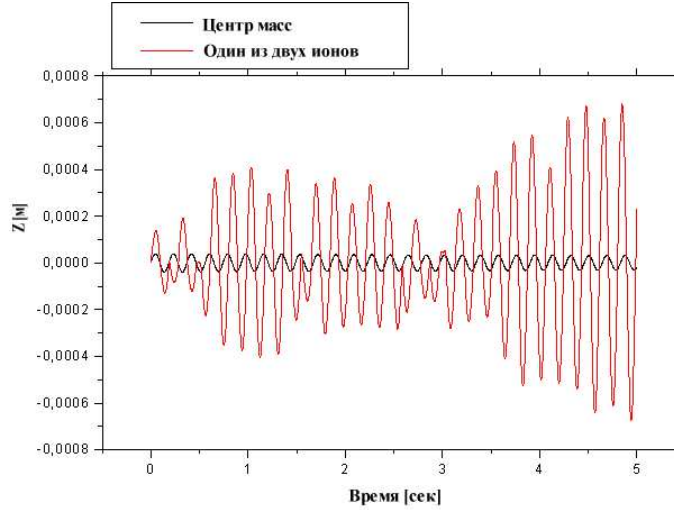


Рис. 11: Пример движения одного атома из двух в ловушке и центра масс по аксиальной координате под воздействием пробного лазера.

Для исследования влияния диполь-дипольного взаимодействия при локализации частиц было предложено использовать дополнительный пробный лазер настроенный на атомный резонанс. В этом случае мы имеем большое увеличение силы диполь-дипольного взаимодействия (см. Рис.14), т.е. при мощности лазера в 0,005 Вт (для сравнения, мощность лазера основного излучения составляет 5 Вт) и при уменьшении отстройки до  $\delta = 2 \times 10^5$  Гц мы имеем увеличение корреляционной функции в  $10^{15}$  раз:  $\langle \Delta\sigma_1^- \Delta\sigma_2^+ \rangle \approx 0,00313$ . Таким образом, теперь мы просто обязаны учитывать диполь-дипольное взаимодействие, так как оно уже сравнимо с силами дипольной ловушки, а по амплитуде порой даже превосходит (см. Рис.11), происходит уширение спектра колебаний (см. Рис.12 и 13), появляются биения. Отсюда следует, что меняя отстройку или мощность пробного лазера мы можем регулировать радиационную силу между атомами и характер движения. Если мы посмотрим на зависимость величины амплитуды диполь-дипольного взаимодействия, то увидим очень ярко выраженные зависимости от напряженности  $E$  управляющего поля и от величины расстройки  $\delta$  (см.Рис.14).

Необходимо также учитывать силу радиационного трения, так как она уже становится сравнимой с остальными силами (см. Рис. 15). Вызванные силой затухания описываются следующей квазиклассической формулой для коэффициента затухания

$$\gamma = \frac{4\hbar\omega^2}{mc^2} \frac{gI^2}{gI^2 + \delta^2 + 2\gamma_0^2} \frac{-\delta/\gamma_0}{[1 + (\delta/\gamma_0)^2]^2}. \quad (35)$$

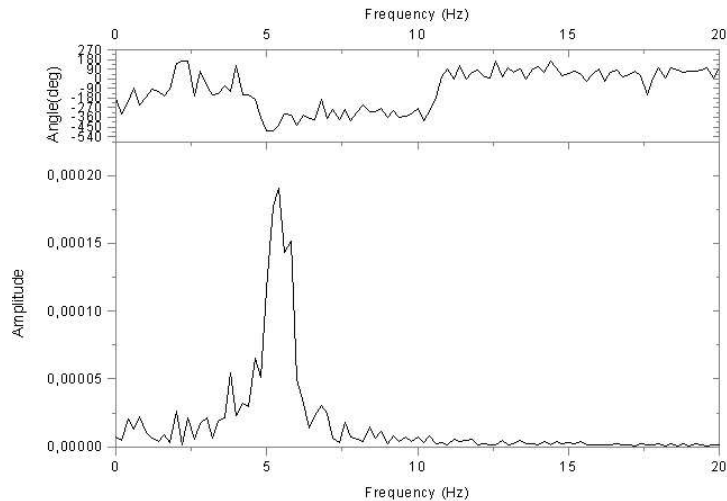


Рис. 12: Соответствующий спектр для одного из атомов. Отчетливо можно видеть уширение центральной линии по сравнению с рис. 13.

В итоге у нас получаются колебания сложной формы, которые зависят от отстройки и интенсивности пробного лазера. На Рис. 16 и 17 показан пример колебаний по одной из координат и его спектр, соответственно. Пик амплитуды сместился на  $-0,4$  Гц по сравнению с колебаниями одиночного атома. В данном примере использовался пучок пробного лазера с отстройкой равной  $\Delta = 2 \times 10^5$  Гц и интенсивностью в 1000 раз меньшей чем у лазера основного излучения.

## 4 Заключение

Нами была изучена с помощью компьютерного моделирования динамика ионов и атомов, захваченных в ловушки Пеннинга и дипольную оптическую ловушку. При моделировании динамики были получены следующие основные результаты.

- Рассчитан сдвиг частот вращения ионов в ловушке Пеннинга за счет кулоновского взаимодействия ионов в ловушке.
- Промоделирована динамика атомов в оптической дипольной ловушке. Создана модель диполь-дипольного взаимодействия атомов в ловушке и изучено его влияние на динамику атомов в далеко и близко отстроенном возбуждении. Рассчитана зависимость коэффициента радиационного затухания частиц в дипольной ловушке в результате диполь-дипольного взаимодействия от величины отстройки лазерного излучения и показано, что взаимодействие является существенным при использовании лазерного излучения близкого к атомному резонансу.

## Список литературы

- [1] П. Э. Тошек, УФН, Т. 158, вып. 3, С. 451 (1989).



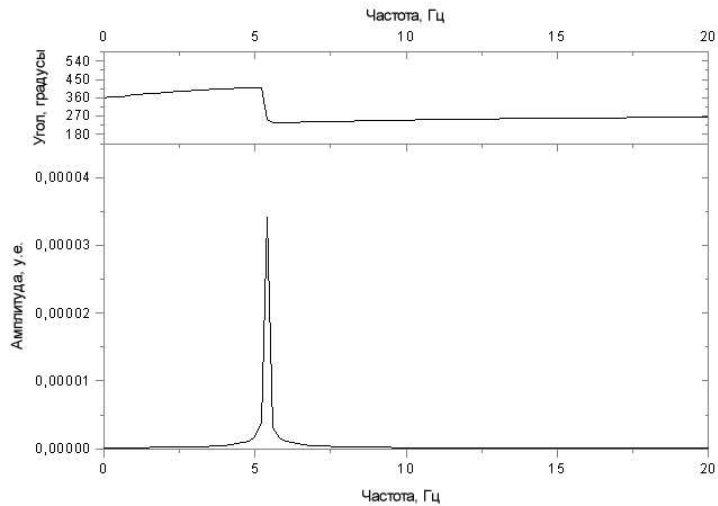


Рис. 13: Спектр для динамики центра масс двух ионов в ловушке.

- [2] В. Пауль, УФН, Т. 160, вып. 12, С. 109 (1990).
- [3] R. Grimm, M. Weidemuller, Y.B. Ovchinnikov, to appear in *Adv. Atom. Mol. and Opt. Phys.*; Lanl e-print physics/9902072 (1999).
- [4] P. E. Toschek, *Atomic Particles in Traps*. Elsevier, V. 1, p. 383, 1984.
- [5] I. Bergström, Stockholm University, private communication.
- [6] C. Carlberg, H. Borgenstrand, G. Rouleau, *et. al.*, "The SMILETRAP Facility", *Phys. Scr.* V. 59, p. 196 (1995).
- [7] B.A. Grishanin, "Stochastic Dynamics of Trapped Atoms under the Radiation Force", 1997.
- [8] L. Mandel and E. Wolf, *Optical Coherence and Quantum Optics*, Cambridge Univ. Press, p. 800 (1995).

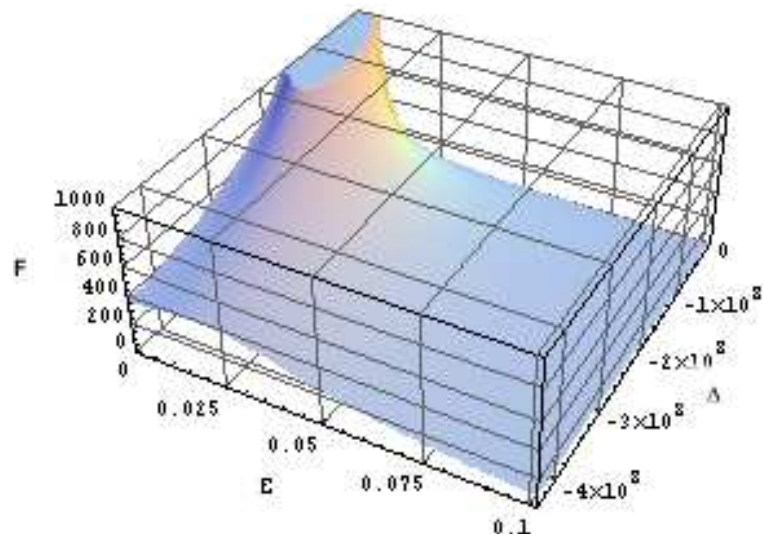


Рис. 14: Зависимость диполь-дипольного взаимодействия  $F[H]$  от напряженности  $E[V/m]$  и отстройки  $\Delta[Hz]$  лазерного поля.

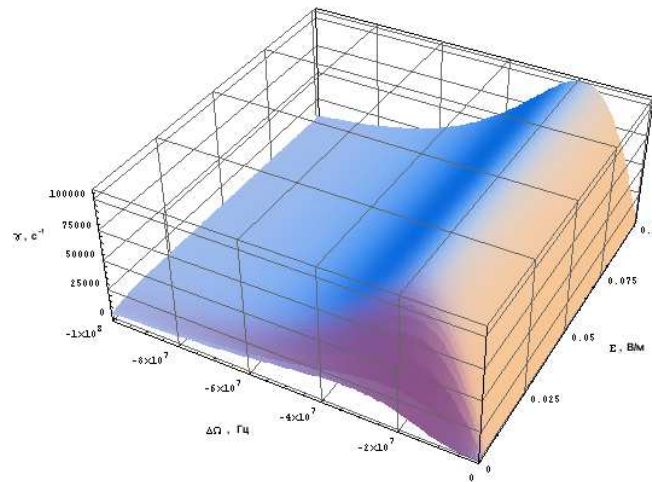


Рис. 15: Зависимость коэффициента радиационного трения  $\gamma[s^{-1}]$  от отстройки  $\Delta\Omega[Hz]$  управляющего лазера и амплитуды напряженности  $E[V/m]$  его поля.

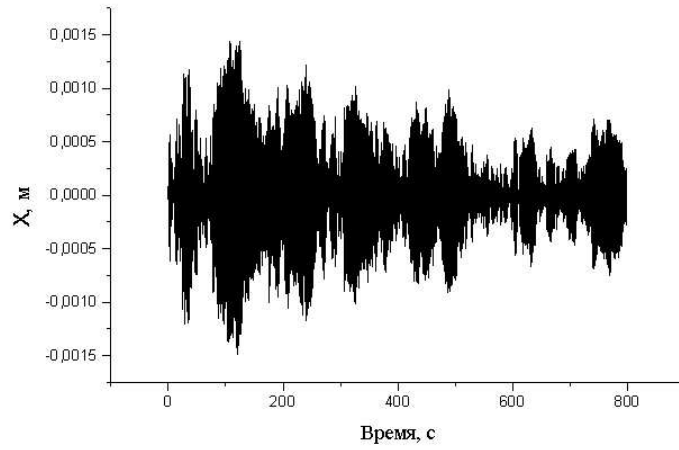


Рис. 16: Пример колебаний одного из двух атомов в дипольной ловушке при учете диполь-дипольного взаимодействия и силы радиационного трения.

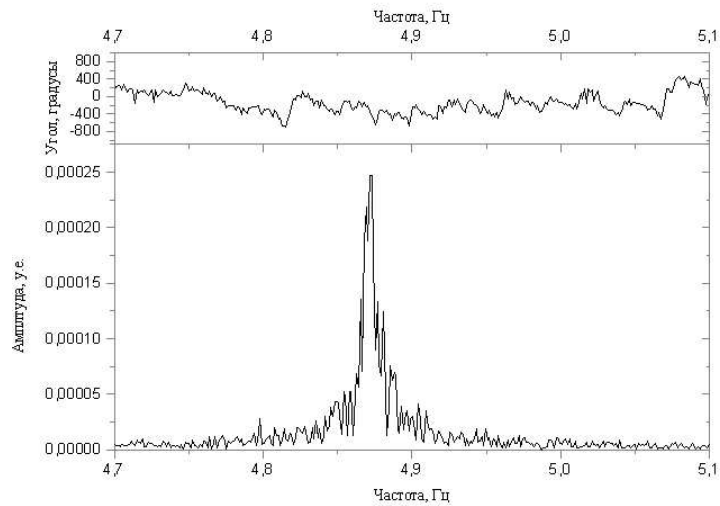


Рис. 17: Спектр колебаний атома приведенных на Рис.16.