

Как эффекты “немарковости” атомной динамики могут одновременно быть марковскими

Б. А. Гришанин

Доклад на российско-венгерском семинаре по квантовой оптике памяти

Ан. В. Виноградова

21 февраля 2006

1 Введение

Я признателен организаторам за оказанную мне честь выступить на этом семинаре памяти Андрея Владимировича Виноградова, о личности которого и роли в науке у меня остались самые яркие впечатления и тёплые воспоминания.

Я надеюсь, что с моей стороны не будет преувеличением сказать, что нас с Андреем Владимировичем связывали дружеские отношения. Мне довелось общаться с ним не только по чисто научным вопросам. Так, в 1993 году во время совместного пребывания в университете г. Хельсинки у нас было достаточно времени для того, чтобы в неформальной обстановке обсуждать не только научные, но и любые жизненные проблемы.

Если попытаться выразить одним словом впечатление от общения с Андреем Владимировичем, то я почти уверен, что по выбору большинства знавших его людей это будет интеллигентность — в самом лучшем значении этого слова. При этом данная характеристика в полной мере справедлива как по отношению к его внешнему облику и манерам, так и к его умению корректно и в конструктивной форме обсуждать самые острые дискуссионные проблемы, оставляя за рамками дискуссии вопросы приоритета. Как наиболее яркое подтверждение тому вспоминается история, имеющая прямое отношение к научному содержанию данного доклада. Уже в 1993 г., обсуждая эффекты преобразования релаксации двухуровневого атома лазерным полем, мы оба сошлись на том, что одним из их проявлений, имеющим принципиальное значение, является возможность создания инверсии под действием монохроматического поля, что в принципе невозможно при традиционном понимании атомной релаксации просто как затухания, независимого от поля. Неожиданно было обнаружено, что этот результат был впервые получен в одной из работ Андрея Владимировича, к сожалению, прошедшей мимо моего внимания и опубликованной ещё до выхода моей работы, специально посвящённой предсказанию и расчёту этого эффекта. Когда это выяснилось в нашем разговоре, Андрей Владимирович отреагировал на ситуацию по-джентельменски: он не только не высказал никакой обиды по поводу отсутствия ссылки на его работу, но даже попытался сгладить противоречие, указывая на иллюстративный характер собственного результата.

2 Несколько слов в связи с историей вопроса

Рассматриваемая проблематика относится к кругу задач квантовой теории взаимодействия света с веществом, которая была главным полем научной активности А. В. Виноградова. Наряду с попыткой создания общей теории, включающей макроскопическое и микроскопическое описание, он активно участвовал и в исследованиях более частных моделей, с анализом которых связано и данное сообщение.

В данной работе речь идёт о выделенном классе задач, в которых вещество описывается на уровне простой микроскопической модели, включающей активную подсистему, например, один выделенный двухуровневый атом, и резервуар, представленный как бесконечным набором динамических степеней свободы электромагнитного поля, так и веществом, например, совокупностью атомов буферного газа. К моделям такого типа сводится теоретическое рассмотрение многих задач лазерной спектроскопии и, в частности, давней проблемы столкновительного уширения атомных резонансов.

В плане последней проблемы качественно новый аспект был привнесён в конце 70-х—начале 80-х годов в результате осознания необходимости учёта влияния сильного лазерного поля на процессы релаксации. Это направление интенсивно развивалось в исследованиях, проводимых в то время в ФИАН и ИОФАН.

Возможность при рассмотрении данной проблемы чёткого разделения полной физической системы на активную подсистему и резервуар соответствует идеологии теории открытых систем [1]. Поэтому в обсуждении данной проблематики неизбежно использование терминологии теории случайных процессов, каковыми по сути и являются динамические процессы как в активной системе, так и резервуаре. В подавляющем большинстве публикаций по этой тематике статей эффект преобразования процессов релаксации связывался с *немарковостью* релаксации [2,3], исходя из того, что при её расчёте необходимо было принимать в расчёт сопоставимость периода осцилляций Раби и времени корреляции шума, т.е. учитывать конечность времени корреляции τ_c . Однако, существовала и иная точка зрения, основанная на более детальном обсуждении соотношения характерных временных масштабов задействованных процессов и указывавшая на адекватность марковской теории [4]. Обсуждение данной терминологической проблемы имело характер очной дискуссии на конференции по квантовой оптике в Минске в 1986 г.

Следует с самого начала отметить, что само использование термина “немарковость” нисколько не препятствовало получению авторами вполне адекватных результатов, из которых я бы особо отметил вывод А. В. Виноградова о возможности создания инверсии в двухуровневом атоме монохроматическим лазерным полем. Тем не менее, необходимость исчерпывающего понимания существа эффекта требует полного выяснения вопроса о том, что именно следует понимать под “марковостью” и “немарковостью” в реальной физической системе и является ли релаксация двухуровневого атома в сильном поле “немарковской”, в отличие от заведомо марковской релаксации в случае слабого поля. В данном докладе излагаются аргументы, доказывающие применимость к данной проблеме марковской теории. Последовательное использование марковской техники выполнения расчётов в комбинации с техникой супероператоров позволяет представлять результаты в максимально экономной форме и особенно эффективно для качественного обсуждения рассматриваемых эффектов. В то же время показывается, что внешнее противоречие марковской и немарковской терминологии связано лишь неоднозначностью абстрактной математической классификации случайных процессов в применении к реальным физическим системам и не затрагивает сути получаемых результатов.

3 Понятие марковской динамики для реальных физических систем

Физическое происхождение случайных процессов и связанных с ними процессов релаксации состоит в том, что гамильтониан рассматриваемой активной подсистемы \hat{H}_ξ зависит от набора квантовых шумов резервуара $\hat{\xi}$, которые представляют интерес лишь в той степени, в которой они определяют усреднённую динамику активной подсистемы. Усреднённая динамика описывается соответствующим линейным преобразованием матрицы плотности, т.е. супероператором

$$\mathcal{S}(0, t) = \left\langle \text{T exp} \left\{ \frac{i}{\hbar} \int_0^t [\hat{H}_\xi(\tau), \odot] d\tau \right\} \right\rangle_R^+ . \quad (1)$$

Здесь T — символ упорядочения по времени; угловые скобки обозначают усреднение по резервуару R ; символ \odot в определении экспоненты как разложения по аргументу обозначает просто место подстановки преобразуемого оператора и таким образом вводит символическое представление супероператоров наподобие шредингеровского представления операторов физических величин с использованием символа $\frac{d}{dx}$; символ “+” обозначает эрмитово сопряжение по отношению к скалярному произведению $(\hat{A}, \hat{B}) = \text{Tr} \hat{A}^+ \hat{B}$ [5].

Формальное определение марковского процесса обычно сводится к аппроксимации шума математическим белым шумом либо импульсным процессом с нулевым временем корреляции $\tau_r = 0$. При переходе к реальным системам, где все времена конечны, такое определение требует расшифровки, поскольку наряду со временем корреляции необходимо выделить как минимум ещё два характерных масштаба: время проявления действия шумов — время динамических изменений τ_d и время релаксации τ_r . Следует определиться, с каким из этих двух масштабов необходимо сравнивать время корреляции? Исходя из формального определения марковости можно предположить, что сразу с обоими. Таким образом, на первый взгляд, учёт влияния динамических процессов на свойства стохастической динамики с формальной точки зрения должен описываться в рамках немарковской терминологии, которой и придерживалось большинство авторов.

Однако, с точки зрения формы описания только релаксационных процессов, порождённых взаимодействием активной подсистемы с шумом, дело выглядит иначе. Для того, чтобы можно было отобразить роль процессов релаксации кинетическими уравнениями без памяти, в которых релаксация описывается просто соответствующими параметрами затухания, необходимо и достаточно, чтобы на масштабах времени Δ , на которых релаксационные изменения становятся существенными, соответствующие вклады шумов были независимы:

$$\mathcal{S}(0, t) = \left\langle \text{T exp} \left\{ \frac{i}{\hbar} \int_0^\Delta [\hat{H}_\xi(\tau), \odot] d\tau \right\} \right\rangle_R^+ \dots \left\langle \text{T exp} \left\{ -\frac{i}{\hbar} \int_{t-\Delta}^t [\hat{H}_\xi(\tau), \odot] d\tau \right\} \right\rangle_R^+ . \quad (2)$$

В противном случае наличие такой зависимости соответствовало бы наличию в динамике системы памяти на этих временах и несправедливости кинетических уравнений типа уравнений Блоха. Соотношение (2) фактически и есть условие марковости системы

$$\tau_c \ll \tau_r,$$

в котором всегда можно ввести промежуточный масштаб времён $\Delta \ll \tau_r$, позволяющих рассчитывать пропорциональные Δ малые релаксационные изменения состояния системы.

В этой логике рассуждений, связывающих понятие марковости лишь с отсутствием памяти в релаксационных изменениях состояния, отсутствует условие на масштаб динамических времён τ_d . Если даже он сопоставим с временем корреляции, то на этих временах релаксационная роль шумов ещё не проявляется, и потому кажущаяся “немарковость” процесса на самом деле отсутствует, т.к. он фактически не является случайным на указанном масштабе времён. Таким образом, на самом деле марковость следует связывать только с марковским характером *флуктуаций* вне зависимости от временного масштаба динамических изменений, лишь формально позволяющих называть динамику немарковской. Выбор адекватной терминологии для физики на самом деле важен, поскольку помимо формальной немарковости данного типа существуют и “истинно немарковские” процессы, широко представленные, например, в физике твёрдого тела, когда релаксационные изменения происходят уже на масштабе времён корреляции шума, $\tau_c \sim \tau_r$. В математической же теории случайных процессов [6] однозначных указаний на то, как вводить понятие марковости для реальных физических систем, не содержится.

Наиболее эффективная форма учёта упрощений, связанных с наличием качественно различных временных масштабов, связан с использованием представления взаимодействия для эволюционного супероператора $\mathcal{S}(t) = \mathcal{S}_0(t)\mathcal{S}_r(t)$, где \mathcal{S}_0 учитывает более быстрые динамические процессы, а \mathcal{S}_r — более медленные процессы релаксации, описываемые в приближении, учитывающем различие масштабов быстрых и медленных времён. При этом описание быстрых процессов, в свою очередь, также может использовать представление взаимодействия, разделяющее процессы разного временного масштаба. Марковость же процесса определяется только по критерию применимости расцепления (2) для супероператора \mathcal{S}_r .

4 Марковские процессы в двухуровневом атоме

Двухуровневый атом, несмотря на предельную простоту описывающего его пространства квантовых состояний с минимальной размерностью $\dim H = 2$, характеризуется достаточно богатым набором характерных масштабов временной эволюции, отвечающих процессам, показанным на рис. 1.

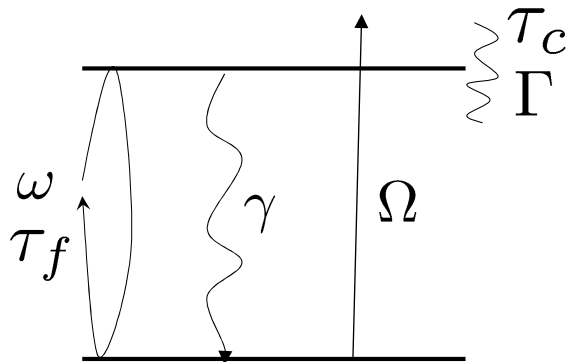


Рис. 1: Основные процессы в двухуровневом атоме и их характерные параметры.

1. Это, во-первых, самое короткое время — период прецессии $\tau_f \sim \omega^{-1}$ на частоте перехода.
2. Эффективное время корреляции, характеризующее взаимодействие с вакуумным электромагнитным полем, имеет тот же самый характерный масштаб τ_f . Этот масштаб определяется характерной для процесса излучения фотона скоростью изменения спектральной плотности гамильтониана взаимодействия атома с вакуумным электромагнитным полем в окрестности частоты атомного перехода.
3. Характерное время релаксационных изменений за счёт процесса формирования излучаемого фотона — время радиационного распада $\tau_e \sim \gamma^{-1}$.
4. Основное динамическое время — время прецессии Раби $\tau_\Omega = \Omega^{-1}$.
5. Время корреляции процессов сторонней — в частности, столкновительной — дефазировки τ_c .
6. Характерное время дефазировки $\tau_r = \Gamma^{-1}$.

В действительности, при более детальном описании их ещё больше, но приведённый перечень достаточен для полной качественной характеристики эффектов, обсуждаемых в данной работе. Учёт соотношения этих времён необходим для адекватного описания релаксационных процессов, в существенной степени определяющих наблюдаемые характеристики атома.

Соотношения трёх масштабов можно считать фиксированными однозначно:

$$\frac{1}{\tau_f} \sim \omega \gg \frac{1}{\tau_c} \gg \Gamma, \gamma,$$

поскольку в практически интересных случаях им приблизительно отвечают, соответственно, фемтосекундный, пикосекундный и наносекундный диапазоны (например, при столкновении с атомами буферного газа τ_c соответствует характерному времени столкновения). Основной же динамический параметр, представленный полной частотой прецессии Раби $\Omega = \sqrt{\Omega_0^2 + \delta^2}$, где Ω_0 и δ — частота Раби и расстройка лазерного поля, может в общем случае принимать значения как в масштабе частот Γ , так и $1/\tau_c$.

На масштабе самых быстрых времён $\omega^{-1} \sim \tau_f$ происходят обратимый процесс свободной прецессии атома и существует память флуктуаций радиационного шума, который обуславливает необратимый процесс излучения фотона. Отметим, что уже здесь имеет место фиктивная немарковость — совпадение времени динамического изменения и времени корреляции, которое, как известно, не влечёт необходимости привлечения понятия немарковости, т.к. релаксационные изменения — существенная вероятность излучения фотона — накапливается лишь на в 10^6 раз больших временах. Свободная прецессия при этом существенно определяет релаксационный процесс, скорость которого $\gamma = (4/3)d^2\omega^3/\hbar c^3$ зависит от частоты прецессии ω . Это влияние вполне аналогично преобразованию вклада более медленных флуктуации за счёт их взаимодействия с прецессией Раби на частоте Ω , которое может иметь место при $\Omega^{-1} \sim \tau_c$. К таким более медленным флуктуациям относятся флуктуации частоты атома при столкновении с атомами буферного газа, т.е., в частности, шумы упругой столкновительной дефазировки, которые и послужили основным объектом применения обобщённой теории релаксации.

Уже из этого качественного анализа ясно, что если процесс был марковским в отсутствие сильного поля, то и после его наложения и появления частоты Раби $\Omega \sim \tau_c^{-1}$, приводящей к изменению релаксационных параметров, он останется марковским по существу, так как преобразование релаксации в типичных ситуациях не приводит к изменению соотношения масштабов времени корреляции τ_c и времени релаксации Γ^{-1} . Таким образом, в действительности имеет место не немарковость динамики, а, наоборот, справедлив “закон сохранения марковости”. Второй качественный вывод состоит в том, что преобразование релаксации лазерным полем возможно только в случае предельно насыщающего поля, поскольку при $\Omega \sim \tau_c^{-1}$ заведомо $\Omega \gg \gamma$ с учётом того, что марковость релаксации в отсутствие поля означает $\gamma \ll \tau_c^{-1}$.

5 Общие соотношения марковской теории

Расщепление эволюционного оператора (1) вводит эволюцию на малых временах масштаба τ_c и при адекватном выборе представления взаимодействия описывает в наиболее общем случае движение с гамильтонианом вида [5]

$$\hat{H}_\xi(t) = \frac{\hbar}{2} \hat{\xi}(t) \cdot S_\sigma(t) \hat{\sigma}.$$

Здесь $S_\sigma(t)$ описывает 3×3 -матрицу динамического преобразования операторов квазиспина $\hat{\sigma}$, а $\hat{\xi}(t)$ — действующий на атом набор трёх шумов с размерностью частоты: два неупругих, связанных с переходами между энергетическими уровнями, и один упругий, модулирующий энергию атомного перехода. Их квантовое описание учитывает динамический характер взаимодействия с соответствующими резервуарами, который проявляется в ненулевой энергии обмениваемых квантов — в отличие от взаимодействия с независимо флуктуирующим внешним полем, описываемым классическим шумом.

Для шумов *диффузионного типа*, когда на временах τ_c изменение состояния $\sim \hat{H}_\xi \tau_c$ мало, но зато на временах $\Delta \gg \tau_c$ флуктуационный вклад этого изменения равномерно накапливается, в преобразовании за время Δ достаточно сохранить лишь члены второго порядка малости. В результате получаем наиболее общее выражение для релаксационного супероператора [4]

$$\mathcal{L}_r = \frac{1}{4} \text{tr} \left[(Q + Q^+) \hat{\sigma} \odot \hat{\sigma}^T - (Q \hat{\sigma} \hat{\sigma}^T \odot + Q^+ \odot \hat{\sigma} \hat{\sigma}^T) \right], \quad (3)$$

которое в наглядном виде описывает общую картину формирования релаксационных процессов. Здесь tr соответствует суммированию только по трёхмерным индексам, $\hat{\sigma}$ и $\hat{\sigma}^T$ представляют, соответственно, операторные вектор-столбец и вектор-строку, а

$$Q = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta} \int_t^{t+\Delta} d\tau_2 \int_t^{\tau_2} d\tau_1 S_\sigma(\tau_1) \mathcal{K}_\xi(\tau_1, \tau_2) S_\sigma^T(\tau_2) \quad (4)$$

описывает 3×3 -матрицу релаксационных параметров, выраженную как интеграл от корреляционной матрицы, свёрнутый с матрицей динамической эволюции и асимптотически пропорциональный Δ с учётом соотношения времени корреляции τ_c и временного интервала эволюции Δ . При этом предельный переход $\Delta \rightarrow 0$ соответствует традиционному для марковского описания пренебрежению временем корреляции τ_c по сравнению со временем проявления релаксационных процессов τ_r .

Учёт эффектов преобразования релаксации в выражении (4) отвечает рассмотрению полей с частотами Раби $\Omega \gtrsim \tau_c^{-1}$, которым соответствует сопоставимость скоростей изменения корреляционной функции $\mathcal{K}_\xi(\tau_1, \tau_2)$ и динамических изменений, описываемых функцией $S_\sigma(\tau)$. В базисе операторов $\hat{I}, \hat{\sigma}_3, \hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2$ релаксационный оператор (3) представляется 4×4 -матрицей

$$L_r = \begin{pmatrix} 0 & 2\Im Q_{12} & 2\Im Q_{13} & 2\Im Q_{23} \\ 0 & & & \\ 0 & \Re Q - (\text{tr } \Re Q)\hat{I}_\sigma & & \\ 0 & & & \end{pmatrix}, \quad \hat{I}_\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

В представлении двухчастотной прецессии $U_0(t) = U_{\omega_L}(t)U_\Omega(t)$ в приближении вращающихся волн для матрицы (4) получаем спектральное представление $Q = \sum \lambda_k |\Omega_k\rangle \langle \Omega_k|$ с собственными векторами, совпадающими с собственными векторами $|\Omega\rangle_{1,2,3}$ антисимметрической матрицы прецессии Раби (выражающийся через соответствующие три компоненты вектора вращающего момента), и в общем случае комплексными собственными значениями $\lambda_1 = \lambda_2^*$. С их использованием матрица (5) получает более элегантное представление в базисе “матриц Раби” $\hat{I}, \langle \Omega_3 | \cdot \vec{\sigma}, (\langle \Omega_1 | + \langle \Omega_2 |) \cdot \vec{\sigma}, i(\langle \Omega_1 | - \langle \Omega_2 |) \cdot \vec{\sigma}$, где $\langle \Omega_1 | = \langle \Omega_1 |^*$. В этом представлении релаксационная матрица имеет тот же по форме вид, что и в случае отсутствия поля,

$$L_r = \begin{pmatrix} 0 & -w_e & 0 & 0 \\ 0 & -\gamma_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\Gamma_e & \Lambda_e \\ 0 & 0 & -\Lambda_e & \Gamma_e \end{pmatrix}, \quad (6)$$

но с новыми параметрами “накачки” w_e (при используемом определении интенсивность накачки пропорциональна не w_e , а разности $\gamma_e - w_e$), скоростей “продольного” и “поперечного” затухания γ_e, Γ_e и “лэмбовского” сдвига Λ_e :

$$\begin{aligned} w_e &= \Re(\lambda_1 - \lambda_2), & \gamma_e &= \Re(\lambda_1 + \lambda_2), \\ \Gamma_e &= \frac{\gamma_e}{2} + \lambda_3, & \Lambda_e &= \Im(\lambda_2 - \lambda_1). \end{aligned} \quad (7)$$

В этом представлении роль лазерного поля учтена двояким образом: во-первых, через зависимость от поля представления супероператора в базисе матриц Раби; во-вторых, через зависимость от поля собственных значений $\lambda_{1,2,3}$ — исходного набора релаксационных параметров.

В случае атома в монохроматическом внешнем поле в режиме преобразования релаксации из (4) получаем явное выражение для исходных релаксационных параметров в виде

$$\lambda_k = \sum_{i=1}^3 |\langle \Omega_k | \omega_i \rangle|^2 \langle \omega_i | \mathcal{K}_\xi(\omega_i + \Omega_k) | \omega_i \rangle, \quad (8)$$

где $\omega_{3,1,2} = 0, \pm\omega_L$, $\Omega_{3,1,2} = 0, \pm\Omega$ нумеруют соответствующие собственные векторы и собственные числа 3×3 -матриц свободной прецессии атома на частоте лазерного поля и прецессии Раби, а $\mathcal{K}_\xi(\omega)$ — преобразование Фурье корреляционной матрицы шумов.

6 Основные эффекты преобразования релаксации

Приведённые аналитические результаты описывают количественно адекватно все основные эффекты преобразования релаксации диффузионного типа и качественно применимы также и для описания особенностей столкновительной дефазировки, которая содержит как диффузионную (вклад дальних столкновений с малым сбоем фазы), так и скачкообразную (вклад более редких ближних столкновений с конечным сбоем фазы) компоненты. Отметим, что при рассмотрении скачкообразной компоненты для учёта неупругости процесса в общем случае необходимо квантовое описание процесса столкновения. В диффузионном же приближении это учитывается частотной асимметрией квантовой корреляционной матрицы $\mathcal{K}_\xi(\omega) \neq \mathcal{K}_\xi^T(-\omega)$, определяющей её принципиальное отличие от спектральной плотности классического шума.

В соотношении (8) представлены как радиационные шумы, порождаемые спонтанным излучением фотона и отвечающие проекциям корреляционной функции на векторы $|\omega_{1,2}\rangle$, которые служат векторным представлением операторов квазиспина $\hat{\sigma}_{1,2}$, так и упругий (только в случае пренебрежения эффектом отдачи) шум дефазировки $\hat{\xi}_3$, отвечающий проекции на вектор $|\omega_3\rangle$ и, соответственно, оператору $\hat{\sigma}_3$. Добавка (или вычитание) к высоким частотам $\omega_{1,2}$ частоты прецессии Раби Ω для атома вне резонатора не имеет значения из-за того, что ширина соответствующих компонент спектра $\mathcal{K}_\xi(\omega)$, описывающих радиационные процессы, имеет порядок $\omega \gg \Omega$. Однако, для шума упругой дефазировки отличие от $\omega_3 = 0$ ненулевых значений $\Omega_{1,2} = \Omega, -\Omega$ при достаточно больших значениях Ω может приводить к существенному изменению релаксационных параметров за счёт отличия значений $\mathcal{K}_\parallel(\pm\Omega) \neq \mathcal{K}_\parallel(0)$ спектральной плотности дефазирующего шума.

Преобразованные эффективные релаксационные параметры могут быть по формулам

$$\begin{aligned} w_e &= w \frac{\delta}{\Omega} + \left(\Gamma - \frac{\gamma}{2} \right) \frac{\Omega_0^2}{\Omega^2} \mu, \\ \Lambda_e &\approx \Lambda \frac{\delta}{\Omega}, \\ \gamma_e &= \gamma \frac{\Omega^2 + \delta^2}{2\Omega^2} + \left(\Gamma - \frac{\gamma}{2} \right) \frac{\Omega_0^2}{\Omega^2} \chi, \\ \Gamma_e &= \Gamma \frac{\Omega_0^2 \chi + 2\delta^2}{2\Omega^2} + \gamma \frac{\Omega_0^2}{4\Omega^2} (3 - \chi) \end{aligned} \quad (9)$$

выражены через релаксационные параметры $w, \gamma, \Gamma, \Lambda$ свободного атома и два параметра

$$\begin{aligned} \chi &= \Re e \frac{\mathcal{K}_\parallel(\Omega) + \mathcal{K}_\parallel(-\Omega)}{2\mathcal{K}_\parallel(0)}, \\ \mu &= \Re e \frac{\mathcal{K}_\parallel(\Omega) - \mathcal{K}_\parallel(-\Omega)}{2\mathcal{K}_\parallel(0)}. \end{aligned} \quad (10)$$

характеризующие среднее уменьшение и асимметрию спектральной плотности дефазирующего шума на частотах $\pm\Omega$.

Для нормально упорядоченной корреляционной функции оператора атомного перехода,

определяющей спектр флуоресценции атома, получаем выражение

$$\begin{aligned}
K(\tau) = \text{const} \exp(-i\omega_L\tau) & \left\{ \frac{\Omega_0^2 w_e^2}{2\Omega^2 \gamma_e^2} + \frac{\Omega_0^2}{2\Omega^2} \left(1 - \frac{w_e^2}{\gamma_e^2} \right) \exp(-\gamma_e\tau) + \right. \\
& + \frac{(\Omega + \delta)^2}{4\Omega^2} \left(1 - \frac{w_e}{\gamma_e} \right) \exp[-\Gamma_e\tau + i(\Omega + \Lambda_e)\tau] + \\
& \left. + \frac{(\Omega - \delta)^2}{4\Omega^2} \left(1 + \frac{w_e}{\gamma_e} \right) \exp[-\Gamma_e\tau - i(\Omega + \Lambda_e)\tau] \right\}.
\end{aligned} \tag{11}$$

В этом выражении коэффициенты перед соответствующим экспонентами

$$\begin{aligned}
I_0 &= \frac{\Omega_0^2 w_e^2}{2\Omega^2 \gamma_e^2}, \\
I_3 &= \frac{\Omega_0^2}{2\Omega^2} \left(1 - \frac{w_e^2}{\gamma_e^2} \right), \\
I_1 &= \frac{(\Omega + \delta)^2}{4\Omega^2} \left(1 - \frac{w_e}{\gamma_e} \right), \\
I_2 &= \frac{(\Omega - \delta)^2}{4\Omega^2} \left(1 + \frac{w_e}{\gamma_e} \right)
\end{aligned} \tag{12}$$

описывают относительные величины полной мощности соответствующих четырёх спектральных компонент: двух несмещённых компонент на частоте лазерного поля — когерентной и уширенной, и двух смещённых сателлитов на частотах $\omega_L \mp \Omega$.

6.1 Сужение спектров флуоресценции

Характерный вид спектральной плотности шума дефазировки $\mathcal{K}_{||}(\omega)$ показан на рис. 2. Интенсивность соответствующей релаксации фазы определяется указанными на рисунке

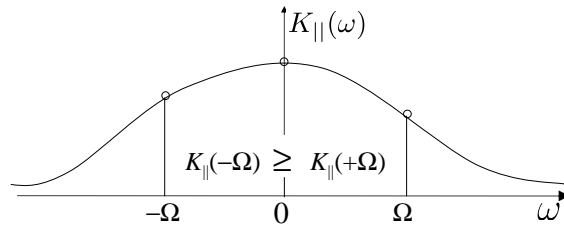


Рис. 2: Спектральная плотность шума дефазировки и её существенные значения $\mathcal{K}_{||}(0)$, $\mathcal{K}_{||}(\Omega)$, $\mathcal{K}_{||}(-\Omega)$.

значениями спектральной плотности.

Согласно (11) ширины линий определяются параметрами γ_e , Γ_e . В соответствии с их выражениями в (9) в затухание при условии $\Gamma \gg \gamma$, т.е. в случае существенного преобладания упругой дефазировки на радиационном уширении, вносят основной вклад лишь слагаемые, представленные фактором χ подавления уширения и выражающимся согласно (10) через спектральные плотности на частотах $\pm\Omega$. При этом знак в $\pm\Omega$ отвечает процессу, соответственно, с поглощением и испусканием атомом кванта осцилляций с частотой Ω , который заимствуется или отдаётся резервуару. Уменьшение спектральной интенсивности флуктуаций с возрастанием Ω приводит к заметному сужению спектральных линий.

Конкретный численный пример зависимости спектра флуоресценции от поля для нулевой расстройки лазерного поля $\delta = \omega_L - \omega_{12} = 0$ и завышенного для наглядности времени корреляции по сравнению с типичными условиями столкновительного уширения показан на графиках рис. 3. Эффекты преобразования релаксации в случае а) мало существенны,

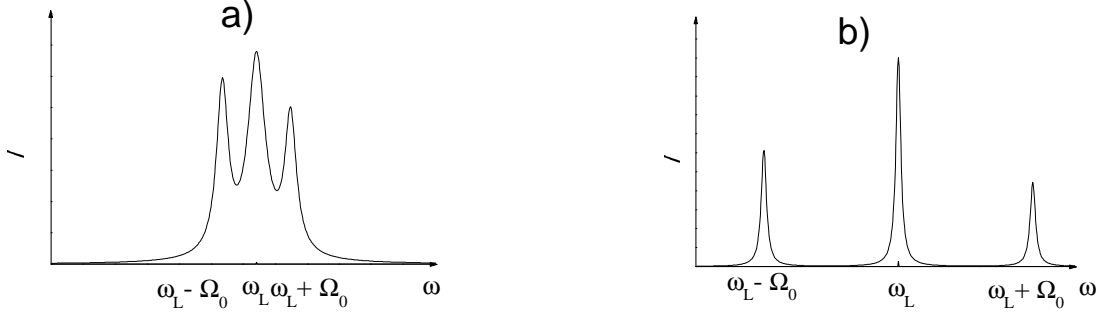


Рис. 3: Спектры интенсивности флуоресценции $I(\omega)$ в сильном лазерном поле в условиях точного резонанса. Параметры имеют следующие значения: $\Gamma = 10\gamma$, $\tau_c = \Gamma^{-1}$, $kT/\hbar = 16\Gamma$; а) $\Omega_0 = \Gamma$, б) $\Omega_0 = 3\Gamma$. Масштаб по осям для графиков а) и б) одинаков.

в случае б) выражены более явно. Для более сильного поля линии полностью разрешены и их ширины значительно меньше, чем для более слабого.

6.2 Асимметрия спектров флуоресценции

Форма спектральной плотности шума на рис. 2 указывает на существенность квантовой асимметрии спектра фазовых флуктуаций $\mathcal{K}_{||}(\omega)$, определяемой температурой T . Она проявляется в спектрах флуоресценции на рис. 3 как результат соответствующей квантовой асимметрии процессов с поглощением и испусканием атомом кванта $\hbar\Omega$: левый сателлит, связанный с испусканием кванта, мощнее правого, связанного с его поглощением.

С этой асимметрией связано и поведение когерентной компоненты спектра, излучаемой на лазерной частоте ω_L . В отсутствие преобразования релаксации, как известно, она в насыщающем поле асимптотически исчезает, что следует из выражения для спектральных компонент (12) и выражения для параметра накачки w_e в выражениях (9) при $\delta = 0$ с учётом равенства $\mu = 0$. При учёте же квантовой асимметрии спектра она пропорциональна параметру спектральной асимметрии $\mu \neq 0$. Таким образом, при учёте квантовой асимметрии процесса преобразования фазовой релаксации когерентная компонента возникает даже при нулевой расстройке поля.

6.3 Предельные случаи спектров флуоресценции

Один предельный случай имеет место при малых расстройках $\delta \approx 0$ и предельно низких температурах $T \rightarrow 0$. В этом случае для параметра μ согласно (10) получаем предельное значение $\mu = -1$. При этом при $\Gamma \gg \gamma$ получаем $\mu = -\chi = -1$, $w_e/\gamma_e = -1$, и из (12) для мощностей спектральных компонент получаем

$$I_0 = I_1 = \frac{1}{2}, \quad I_3 = I_2 = 0.$$

Таким образом, в этом случае “выживают” лишь два сателлита, не связанные с поглощением отсутствующих при $T = 0$ квантов.

Другой предельный случай имеет место также в условиях вымораживания, но для больших расстройек $|\delta| \gg \Omega_0$, т. е. при возбуждении, далеко от резонанса. Тем не менее, ненулевой отклик возможен, если интенсивность упругой дефазировки настолько велика, что обеспечивает ненулевое значение некогерентного отклика на частоте атома. Это выполняется при положительных расстройках $\delta > 0$, если в выражении для w_e в (9) выполнены условия

$$\left(\Gamma - \frac{\gamma}{2}\right) |\mu| \gg \gamma \frac{\delta^2}{\Omega_0^2}, \quad \mu = -\chi.$$

Фактор $\Gamma - \gamma/2$, описывает некогерентное воздействие поля на атом с участием процесса испускания в резервуар кванта Раби на частоте δ , в то время как в правой части неравенства фактор γ соответствует когерентному нерезонансному воздействию без участия резервуара, которое, в свою очередь, пропорционально квадрату дипольного момента d_{12}^2 . Неравенство здесь может достигаться только за счёт не обнуляющейся при больших расстройках спектральной интенсивности фазовых флуктуаций на отрицательной частоте. Тогда опять же $w/\gamma = -1$ при $\delta > 0$, т. е. при $\omega_L > \omega_{12}$, из (12) получаем $I_1 = 2$, в то время как мощность когерентной компоненты I_0 и компонент I_3, I_2 асимптотически равна нулю при больших положительных расстройках δ . При отрицательных расстройках флуоресценция отсутствует вообще, точнее, является малой в рассматриваемой асимптотике больших расстройек.

6.4 Инверсия атома монохроматическим полем

Изложенная марковская теория, хотя и сформулирована замкнутым образом в терминах релаксации чисто двухуровневой системы, в действительности учитывает и процессы, которые в усредненном описании существенно выходят за рамки рассматриваемого атома. Это возможно потому, что при расчете релаксационного супероператора учитываются все существенные процессы в многоуровневой составной системе атом+резервуар. Появление в теории двух параметров w, γ , описывающих релаксацию неосциллирующих переменных атома, учитывает возможность эффектов “накачки” наряду с обычным затуханием к нижнему энергетическому уровню. При описании же динамики двухуровневого атома в монохроматическом поле только с учетом затухания возможность создания инверсной населенности отсутствует, поскольку индуцированные полем вероятности перехода вверх и вниз одинаковы, а вероятность спонтанного распада всегда преобладает над вероятностью спонтанного перехода вверх, даже если учитывать возможность последних благодаря их не строго нулевой вероятности за счет тепловых флуктуаций поля. В описанной же полной теории дело обстоит принципиально иначе, поскольку в расчетах взаимодействие атомных нутаций с резервуаром учитывается на квантовом уровне, включающем учёт динамического характера взаимодействия с резервуаром путём обмена соответствующего кванта. Частным случаем такого взаимодействия являются столкновения атома с атомами буферного газа, которые при действии сильного лазерного поля называются *оптическими*. Существенной спецификой буферного газа является то, что в отсутствие лазерного поля он создает только механизм упругой дефазировки и, благодаря тому, что электронные переходы буферного газа нерезонансны исследуемому переходу атома, не влияет, в отличие от атомов того же самого газа, на неупругую дефазировку атома в процессе излучения фотона.

Расчет стационарной разности населенностей [7] выполняется с помощью соотношения

$$n_2 - n_1 = \langle \text{Tr } \hat{\sigma}_3 \mathcal{S}_0(t) \mathcal{S}_r(t) \hat{\rho} \rangle_t,$$

включающего усреднение по осцилляциям Раби. Выделяя только собственные векторы, отвечающие нулевым собственным значениям в спектральных разложениях для матриц Ливиллиана \mathcal{L}_r в матричном представлении супероператора \mathcal{S}_r и матрицы прецессии Раби в \mathcal{S}_0 , получаем

$$n_2 - n_1 = \langle 0|3 \rangle \langle 3|\hat{\sigma}_3 \rangle.$$

Здесь $\langle 0|$, $|3\rangle$, $\langle 3|$ описывают собственные векторы релаксационного оператора (3), выражающиеся через собственные векторы 3×3 -матрицы прецессии Раби. Подставляя их явные выражения, получаем

$$n_2 - n_1 = -\frac{\delta}{\Omega} \frac{w_e}{\gamma_e}.$$

Выражая это соотношение через спектральные плотности дефазировочного шума, для населенности верхнего уровня получаем

$$n_2 = 0.5 \frac{\gamma + 4[(1 + \delta/\Omega)\mathcal{K}_{||}(-\Omega) + (1 - \delta/\Omega)\mathcal{K}_{||}(\Omega)]}{(1 + 2\delta^2/\Omega_0^2)\gamma + 4[\mathcal{K}_{||}(-\Omega) + \mathcal{K}_{||}(\Omega)]}. \quad (13)$$

В условиях преобладания упругой дефазировки над радиационным затуханием при малых расстройках отсюда следует оценка

$$n_2 = 0.5 + \frac{\delta}{2\Omega} \tanh\left(\frac{\hbar\Omega}{2kT}\right).$$

Ограниченность области справедливости этой формулы связана со спаданием спектральной плотности $\mathcal{K}_{||}(\pm\Omega)$ при возрастании Ω .

Рассмотрим дефазировку за счет столкновений ДА с атомами буферного газа. При этом ограничимся рассмотрением столкновений в приближении диффузионного процесса, что соответствует учету только столкновений с большим прицельным радиусом, которые сбивают фазу на малую величину. Эти расчеты строго неприменимы к ближним столкновениям, которые должны рассматриваться в терминах импульсного марковского процесса. Тем не менее, сам факт инвертирующего воздействия сильного поля качественно сохраняется и для этой компоненты столкновительного уширения, поэтому данный анализ вполне приемлем для приближенных оценок новых эффектов. Для спектра дефазировочного шума можно использовать аппроксимацию, следующую из ударной теории [8] $S_{||}(|\omega|) = S_F(1 + 0.0064x^4) \exp(-x)$, где $x = |\omega|/\delta_F$, а S_F , δ_F — параметры, которые стандартным образом выражаются через концентрацию атомов буферного газа, их тепловые скорости и радиус Вайскопфа, получаемые из экспериментальных данных. Радиус Вайскопфа определяется как значение прицельного радиуса траектории буферного атома, для которой сбой фазы за соударение равен π . Соударения с прицельными радиусами такого порядка и меньше должны описываться как импульсный процесс, возбуждающий в ДА ступенчатый марковский процесс. Дальние столкновения с малым сбоем фазы приводят к диффузионному процессу. Учёт квантовой асимметрии связан с дополнительным учётом больцмановского фактора $\exp(-\hbar\omega/kT)$.

Соответствующие расчетные кривые зависимости населенности верхнего уровня от частотной расстройки для перехода $5^2S_{1/2} - 5^2P_{1/2}$ в рубидии представлены на рис. 4 для температуры $T = 500\text{K}$ для нескольких интенсивностей лазерного поля и значений давления p буферного газа — ксенона.

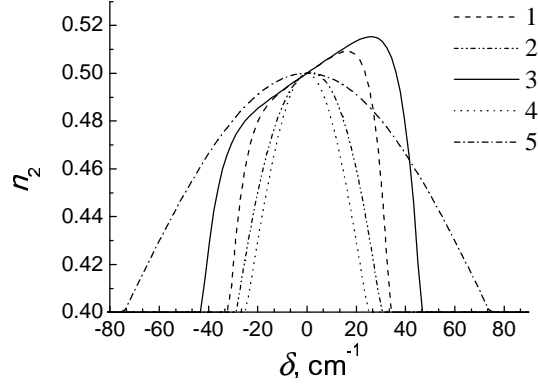


Рис. 4: Расчетные кривые населенности верхнего уровня для рубидия при различных давлениях p буферного газа и интенсивностях I лазерного поля: $p = 1$ ат, $I = 0.1$ МВт/см² (1); $p = 1$ ат, $I = 10$ МВт/см² (2); $p = 10$ ат, $I = 0.1$ МВт/см² (3); $p = 10$ ат, $I = 10$ МВт/см² (4); $p = 10$ ат, $I = 100$ МВт/см² (5).

Приведенные расчеты показывают, что для ДА в газовой фазе ожидаемые величины инверсии незначительны. Значительно большие инверсии возможны для примесных атомов или молекул в низкотемпературных матрицах [9]. Тем не менее, этот эффект проявляется в индуцированном излучении, возбуждаемом сильным лазерным полем на частоте атомного перехода как следствие инверсии, приводящей к замене поглощения спонтанного излучения на усиление. Этот факт был подтвержден экспериментами в смеси паров рубидия и аргона [10].

Для наглядного объяснения физического смысла описанных процессов следует обратиться к формуле (13) для стационарной населенности верхнего уровня. Величины $\mathcal{K}_{\parallel}(\pm\Omega)$ описывают скорости переходов между соседними квазиуровнями за счет оптических столкновений, в которых атомом поглощается или испускается квант энергии поступательного движения, которое есть резервуар, обуславливающий “упругую дефазировку”. Эта дефазировка, однако, является действительно упругой только в случае малых значений кванта $\hbar\Omega$, когда вероятности его поглощения и испускания одинаковы, т. е. в отсутствие квантового вымораживания резервуара: $\hbar\Omega \ll kT$. Второе слагаемое в числителе формулы (13) описывает скорость λ^+ индуцированной оптическими столкновениями накачки на верхнюю пару квазиуровней. Сомножители перед величинами \mathcal{K}_{\parallel} описывают степень вовлеченности соответствующего квазиуровня. Больше вовлечен тот, который лежит на квазиэнергетической схеме ближе к реальному уровню. Второе же слагаемое в знаменателе, как легко видеть, может быть представлено как сумма выражения в квадратных скобках в числителе и такого же выражения с заменой $\delta \rightarrow -\delta$. Последнее описывает индуцированный оптическими столкновениями распад на нижнюю пару квазиуровней со скоростью λ^- . При положительных расстройках δ согласно формуле (13) в накачке преобладает составляющая с $\mathcal{K}_{\parallel}(-\Omega)$. Ей соответствует процесс с испусканием кванта в резервуар, т. е. при оптическом столкновении передача энергии осцилляций Раби в поступательное движение сталкивающихся атомов. В то же время наиболее вовлеченный в оптически индуцированное затухание квазиуровень распадается через процесс с поглощением кванта из резервуара. Таким образом, очевидно, что при положительных расстройках при оптических столкновениях лазерно индуцированная скорость накачки несколько превосходит скорость лазерно индуцированного распада. Изложенная теория дает метод определения необходимых условий

для преобладания соответствующей скорости создания инверсии $\lambda^+ - \lambda^-$ над скоростью спонтанного распада.

Описанный результат имеет принципиальное значение для понимания сути марковской теории атомной динамики. Марковское описание процессов релаксации не препятствует учёту неупругого характера взаимодействий рассматриваемой открытой системы с резервуаром, причём, как следует из данного анализа, неупругость с учётом действия лазерного поля может приводить и к оптически индуцированной некогерентной накачке, превалирующей над радиационным распадом.

7 Заключение

Таким образом, приведённый количественный анализ и качественная интерпретация описанных эффектов полностью отвечают марковской теории и основываются на соответствующей марковской технике математических расчётов. Привлечение же понятия немарковской динамики на масштабе времён менее времени релаксации не является необходимым, в отличие от ситуаций с истинной немарковостью, проявляющейся на масштабе релаксационных времён. Тем не менее, приведённый в данной работе анализ никоим образом не ставит под сомнение результаты, полученные с использованием термина “немарковость”, употребление которого, вообще говоря, не противоречит абстрактному математическому пониманию марковского процесса. Видимое противоречие между марковским и немарковским описанием рассмотренных эффектов является лишь терминологическим и связано только с различием в определении этих терминов, но не с реальным физическим содержанием используемых моделей.

Список литературы

- [1] С. W. Gardiner, *Quantum Noise* (Springer-Verlag, Berlin–Heidelberg–New York, 1991).
- [2] П. А. Апанасевич, С. Я. Килин, А. П. Низовцев, ЖПС **47**, 887 (1987).
- [3] А. В. Виноградов, Э. Г. Пестов, Краткие сообщения по физике № 6, 15 (1988).
- [4] Б. А. Гришанин, ЖЭТФ **85** № 2 (8), 447 (1983).
- [5] Б. А. Гришанин, *Квантовые случайные процессы*, <http://comsim1.phys.msu.ru/>
- [6] *Справочник по теории вероятностей и математической статистике*, ред. В. С. Королюк (“Наукова думка”, Киев, 1978).
- [7] Б. А. Гришанин, Вестн. Моск. Ун-та, сер. 3, Физ. астрон. **29** (5), 61 (1988).
- [8] И. И. Собельман, *Введение в теорию атомных спектров* (Наука, Москва, 1963).
- [9] Б. А. Гришанин, Вестн. Моск. Ун-та, сер. 3, Физ. астрон. **26** (6), 50 (1985).
- [10] Т. С. Бимагамбетов, Б. А. Гришанин, В. И. Одинцов, Препр. физ. фак. МГУ № 20/1987, Москва (1987).